ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Высшая математика»

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Методические указания и варианты индивидуальных заданий для студентов всех специальностей

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Могилев 2012

УДК 519.21
ББК 22.171
В 93

Рекомендовано к опубликованию
учебно-методическим управлением
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»

Одобрено кафедрой «Высшая математика» 10 февраля 2012 г., протокол № 6

Составители: А. М. Бутома;
Л. А. Данилович;
В. Г. Замураев

Рецензент канд. техн. наук, доц. С. К. Крутолевич

В методических указаниях изложены индивидуальные задания по разделу «Теория вероятностей», предназначенные для студентов всех специальностей дневной формы обучения.

Учебное издание

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Ответственный за выпуск Л. В. Плетнёв

Технический редактор А. Т. Червинская

Компьютерная верстка А. Н. Скобова

Подписано в печать 19.12.2012. Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл.-печ. л. 2,33. Уч.-изд. л. 2,2. Тираж 56 экз. Заказ № 866.

Издатель и полиграфическое исполнение
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет»
ЛИ № 02330/0548519 от 16.06.2009.
Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

1 Индивидуальное задание № 1

1.1 Комбинаторные задачи

1.1.1 В комнате 10 лампочек. Сколько всего разных способов освещения комнаты, при которых горит ровно 7 лампочек?

1.1.2 Дано 20 точек, никакие три из них не лежат на одной прямой. Сколько прямых можно провести, соединяя точки попарно?

1.1.3 В розыгрыше первенства страны по футболу принимают участие 16 команд. Сколькими способами могут быть распределены золотая и серебряная медали?

1.1.4 В классе изучают 10 предметов. В понедельник 6 уроков, причем все уроки разные. Сколькими способами можно составить расписание уроков на понедельник?

1.1.5 Студенту необходимо сдать 4 экзамена на протяжении 8 дней. Сколькими способами это можно сделать?

1.1.6 Имеется 20 наименований товаров. Сколькими способами их можно распределить по 3 магазинам, если известно, что в первый магазин должно быть доставлено 8 наименований, во второй – 7 наименований и в третий – 5 наименований товаров?

1.1.7 В турнире принимало участие 12 шахматистов, и каждые два шахматиста встретились один раз. Сколько партий было сыграно в турнире?

1.1.8 Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если каждую из этих цифр можно использовать не более одного раза?

1.1.9 Ученики изучают 9 различных предметов. 1 сентября в классе должно быть 5 уроков. Сколькими способами можно составить расписание уроков для этого класса на 1 сентября, чтобы в этот день было 5 различных предметов?

1.1.10 На окружности отмечено 8 различных точек. Сколько различных треугольников с вершинами в данных точках можно построить?

1.1.11 В комитете комсомола 9 членов. Сколькими способами можно составить из них делегацию в составе трех человек для поездки к шефам?

1.1.12 25 выпускников школы решили обменяться фотокарточками. Сколько было всего заказано фотокарточек?

1.1.13 В группе 10 юношей-допризывников. Сколькими способами они могут избрать четверых для участия в слете ДОСААФ?

1.1.14 Сколькими способами можно распределить первую, вторую и третью премии на конкурсе, в котором принимают участие 20 человек?

1.1.15 На железной дороге 25 станций. На каждом билете печатается станция отправления и станция назначения. Сколько всего различных билетов нужно печатать, если каждый билет годен либо на поездку «туда», либо на поездку «обратно»?

1.1.16 9 человек профсоюзного комитета должны избрать из своего состава председателя, секретаря и казначея. Сколькими способами это можно сделать?

1.1.17 Курс охватывает 10 разделов теории вероятностей и 8 разделов других дисциплин. Экзаменационный билет по курсу состоит из пяти вопросов: 3 – по теории вероятностей и 2 – по другим дисциплинам. Сколькими способами можно составить экзаменационные билеты?

1.1.18 Сколькими способами можно составить флаг, состоящий из трех горизонтальных полос различных цветов, если имеется материал пяти цветов?

1.1.19 Сколькими способами можно назначить в патруль трех солдат и одного офицера, если имеется 15 солдат и 4 офицера?

1.1.20 На железной дороге 25 станций. На каждом билете печатается станция отправления и станция назначения. Сколько всего различных билетов нужно печатать, если каждый билет действителен только в указанном направлении?

1.1.21 В спортклубе 10 сильных лыжников и 8 сильных лыжниц. Сколькими способами можно сформировать команду из четырех лыжников и трех лыжниц?

1.1.22 В некотором коллективе 20 комсомольцев. Сколькими способами можно выбрать из них трех членов комитета?

1.1.23 Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (без повторений)?

1.1.24 Сколькими способами можно выбрать 5 радиоламп из партии, содержащей 15 радиоламп?

1.1.25 На кафедре математики 9 преподавателей. Сколькими способами можно составить расписание консультаций на 9 дней, если каждый преподаватель дает консультацию ровно один раз?

1.1.26 Сколькими способами можно разделить группу численностью 20 человек на одну группу, состоящую из 10 человек, и две группы из 5 человек?

1.1.27 25 учителей, встретившись перед педсоветом, обменялись рукопожатиями. Сколько было сделано всего рукопожатий?

1.1.28 Сколько существует различных пятизначных чисел с неповторяющимися цифрами?

1.1.29 Агрохимик проверяет 6 типов минеральных удобрений; ему нужно провести несколько опытов по изучению совместного влияния любой тройки удобрений. Для каждого опыта берется участок 0,25 га. На какой площади проводится всё исследование?

1.1.30 Для передачи сигналов вывешивается одно под другим три разноцветных полотнища. Сколько разных сигналов можно передать при наличии белого, желтого, красного, зеленого, черного и синего полотнищ?

1.1.31 Рассыльному поручено разнести телеграммы по шести различным адресам. Сколько различных маршрутов он может выбрать?

1.1.32 Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить из цифр 2, 3, 4, 5, 6, 7, 0?

1.1.33 Из 12 разведчиков в разведку необходимо отправить троих. Сколькими способами можно сделать выбор?

1.2 Непосредственный подсчет вероятностей

1.2.1 В мешочке 6 одинаковых кубиков. На различных гранях каждого кубика одна из следующих букв: А, В, Е, З, О, Р. Найти вероятность того, что на вытянутых по одному и расположенных в одну линию кубиках можно будет прочесть слово «ЗАРЕВО».

1.2.2 На 10 карточках написаны цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Две из них вынимаются и укладываются в порядке появления, затем читается полученное число. Найти вероятность того, что число будет четным.

1.2.3 Среди 10 учащихся, сидящих в первом ряду, трое не выучили урок. Какова вероятность, что среди 7 опрошенных двое не выучили урок?

1.2.4 На 8 одинаковых карточках написаны соответственно числа 2, 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13. Наугад берутся две карточки. Определить вероятность того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима.

1.2.5 В урне 4 белых и 2 черных шара. Из этой урны наудачу извлечены 2 шара. Какова вероятность того, что эти шары разного цвета?

1.2.6 Имеется 6 отрезков, длины которых равны соответственно 2, 6, 8, 10, 12 единицам. Определить вероятность того, что с помощью взятых наугад трех отрезков из данных шести можно построить треугольник.

1.2.7 На десяти одинаковых карточках написаны различные числа от нуля до 9. Определить вероятность того, что наудачу образованное с помощью данных карточек двузначное число делится на 18.

1.2.8 В бригаде 4 женщины и 3 мужчины. Среди членов бригады разыгрывается 4 билета в театр. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажется 2 женщины и 2 мужчины?

1.2.9 Среди 50 деталей три нестандартные. Взяты наудачу две детали. Найти вероятность того, что они нестандартные.

1.2.10 Среди 60 электрических лампочек 3 нестандартные. Найти вероятность того, что две взятые одновременно электролампочки окажутся нестандартными.

1.2.11 12 рабочих получили путевки в 4 дома отдыха: 3 – в первый, 3 – во второй, 2 – в третий и 4 – в четвертый. Чему равна вероятность того, что данные трое рабочих поедут в один дом отдыха?

1.2.12 Из партии, в которой 31 деталь без дефектов и 6 с дефектами, берут наудачу 3 детали. Чему равна вероятность того, что по крайней мере одна деталь без дефектов?

1.2.13 Собрание, на котором присутствует 25 человек, в том числе 5 женщин, выбирает делегацию из 3 человек. Считая, что каждый из присутствующих с одинаковой вероятностью может быть избран, найти вероятность того, что в делегацию войдут две женщины и один мужчина.

1.2.14 Из полной колоды карт (52 карты) вынимаются наудачу 3 карты. Вычислить вероятность того, что среди вынутых карт будет точно один туз.

1.2.15 Для производственной практики на 30 студентов предоставлено 15 мест в Минске, 8 – в Гомеле и 7 – в Витебске. Какова вероятность того, что два определенных студента попадут на практику в один город?

1.2.16 В ящике имеется 20 деталей, среди которых 15 стандартных. Найти вероятность того, что среди трех наугад извлеченных деталей имеется хотя бы одна стандартная.

1.2.17 Вычислить вероятность того, что при бросании двух правильных костей сумма очков на верхних гранях будет больше десяти.

1.2.18 Среди 17 студентов группы, из которых 8 девушек, разыгрывается семь билетов, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся 4 девушки?

1.2.19 На десяти карточках напечатаны цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Найти вероятность того, что три наудачу взятые и поставленные в ряд карточки составят число 125.

1.2.20 Из 60 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 50. Какова вероятность того, что взятый наудачу студентом билет, содержащий два вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов?

1.2.21 Брошены две игральные кости. Чему равна вероятность того, что хотя бы на одной из них выпадет 5 очков?

1.2.22 На отдельных карточках написаны цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все 9 карточек тщательно перемешаны, после чего наугад берут 4 из них и раскладывают в ряд друг за другом в порядке появления. Какова вероятность получить при этом четное число?

1.2.23 Вычислить вероятность того, что при произвольном разбиении колоды из 36 карт на две части, в каждой из них окажется по 9 черных и 9 красных карт.

1.2.24 В урне 10 лотерейных билетов, 4 из них выигрышные. Из урны наугад извлекаются два билета. Найти вероятность того, что оба билета выигрышные.

1.2.25 Из полной колоды карт (52 карты) вынимаются наудачу три карты. Вычислить вероятность того, что среди вынутых карт будет хотя бы один туз.

1.2.26 В связке имеется 5 различных ключей, из которых только одним можно открыть дверь. Наудачу выбирают ключ, и делается попытка открыть им дверь. Ключ, оказавшийся неподходящим, больше не используется. Найти вероятность того, что: а) дверь будет открыта первым ключом; б) для открывания двери будет использовано не более двух ключей.

1.2.27 На тепловой электростанции 15 сменных инженеров, из них 3 женщины. В смену заняты 3 человека. Найти вероятность того, что в случайно выбранную смену мужчин окажется не менее 2.

1.2.28 В урне 5 белых и 3 черных шара. Найти вероятность того, что три наудачу вынутых шара окажутся белыми.

1.2.29 У сборщика имеется 10 деталей, мало отличающихся друг от друга. Из них 4 первого и по 2 второго, третьего и четвертого видов. Какова вероятность того, что среди 6 взятых одновременно деталей 3 окажутся первого вида, 2 второго и 1 третьего?

1.2.30 Среди 25 электрических лампочек 4 нестандартные. Найти вероятность того, что две взятые одновременно лампочки окажутся нестандартными.

1.2.31 Библиотечка состоит из десяти различных книг, причём пять книг стоят по 4 рубля каждая, три книги – по одному рублю и две книги – по 3 рубля. Найти вероятность того, что взятые наудачу две книги стоят 5 рублей.

1.2.32 На складе имеется 15 кинескопов, причём 10 из них изготовлены Львовским заводом. Найти вероятность того, что среди 5 взятых наудачу кинескопов 3 кинескопа будут Львовского завода.

1.2.33 Десять книг наудачу расставляются на книжной полке. Какова вероятность того, что 3 конкретные книги (математика, физика, химия) окажутся стоящими рядом?

1.3 Сложение и умножение вероятностей

1.3.1 Рабочий обслуживает четыре станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа внимания рабочего потребует первый станок, равна 0,1, второй – 0,2, третий – 0,15 и четвертый – 0,12. Какова вероятность того, что в течение часа какой-нибудь один станок потребует внимания рабочего?

1.3.2 Три станка работают независимо. Вероятность того, что первый станок в течение смены выйдет из строя, равна 0,1, второй – 0,2 и третий – 0,3. Найти вероятность того, что в течение смены только один станок выйдет из строя.

1.3.3 На обувной фабрике в отдельных цехах производятся подметки, каблуки и верхи ботинок. Дефектными оказываются 0,5 % каблуков, 2 % подметок и 4 % верхов. Произведенные каблуки, подметки и верхи случайно комбинируются в цехе, где шьются ботинки. Найти вероятность того, что изготовленная пара ботинок будет содержать дефекты.

1.3.4 Завод изготовляет изделия, каждое из которых должно подвергаться четырем видам испытаний. Первое испытание изделие проходит благополучно с вероятностью 0,9, второе – 0,95, третье – 0,9 и четвертое – 0,85. Найти вероятность того, что изделие пройдет благополучно не менее двух испытаний.

1.3.5 Вероятность отказа каждого из четырех приборов при независимых испытаниях соответственно равна 0,01, 0,2, 0,3, 0,4. Найти вероятность того, что в результате испытания откажут только два прибора.

1.3.6 Вычислительный центр, который должен производить непрерывную обработку поступающей информации, располагает двумя вычислительными устройствами. Известно, что каждое из них имеет вероятность отказа за некоторое время, равную 0,2. Определить вероятность того, что откажет одно из устройств, а второе будет исправно.

1.3.7 Деталь проходит четыре операции обработки. Вероятность получения брака при первой операции равна 0,01, при второй – 0,02, при третьей – 0,03, при четвертой – 0,02. Найти вероятность получения детали без брака после четырех операций, предполагая, что события получения брака на отдельных операциях являются независимыми.

1.3.8 Рабочий обслуживает три станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа не потребует внимания рабочего первый станок, равна 0,9, второй – 0,8, третий – 0,85. Найти вероятность того, что в течение часа хотя бы один станок потребует внимания рабочего.

1.3.9 Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый, второй вопросы, равна 0,9, на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить по крайней мере на два вопроса билета.

1.3.10 Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение смены потребует его внимания первый станок, равна 0,7, второй – 0,75, третий – 0,8. Найти вероятность того, что в течение смены внимание рабочего потребуют какие-либо два станка.

1.3.11 В урне 20 белых и 6 черных шаров. Из неё вынимают наугад 2 шара подряд. Найти вероятность того, что оба шара черные.

1.3.12 Прибор, работающий в течение суток, состоит из 3 узлов, каждый из которых независимо от других может за это время выйти из строя. Неисправность хотя бы одного узла выводит прибор из строя целиком. Вероятность безотказной работы в течение суток первого узла равна 0,9, второго – 0,95, третьего – 0,85. Найти вероятность того, что в течение суток прибор будет работать безотказно.

1.3.13 Два стрелка независимо друг от друга стреляют по одной и той же цели. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,8, а для второго – 0,9. Найти вероятность поражения цели.

1.3.14 При испытании на прочность двух мотков пряжи, изготовленных на разных машинах, оказалось, что для первого мотка образец некоторой длины выдерживает определенную стандартную нагрузку с вероятностью 0,84, а для второго – 0,78. Найти вероятность того, что оба образца пряжи, взятые с двух разных мотков,я в состоянии выдержать стандартную нагрузку.

1.3.15 В ящике находятся катушки четырех цветов: белых катушек – 50 %, красных – 20, зеленых – 20, синих – 10. Какова вероятность того, что взятая наудачу катушка окажется зеленой или синей?

1.3.16 Вероятность того, что будет снег, равна 0,7, а того, что будет дождь – 0,35. Определить вероятность плохой погоды, если вероятность дождя со снегом равна 0,15.

1.3.17 Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, равна для первого станка 0,9, для второго – 0,8 и для третьего – 0,85. Найти вероятность того, что в течение некоторого часа ни один из станков не потребует к себе внимания рабочего.

1.3.18 Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить четыре бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны 0,3, 0,4, 0,6, 0,7.

1.3.19 Рабочий обслуживает четыре однотипных станка. Вероятность того, что станок в течение часа потребует внимания рабочего, равна 0,6. Предполагая, что неполадки на станках независимые, найти вероятность того, что в течение часа потребует внимания рабочего по крайней мере один станок.

1.3.20 Пусть вероятность того, что покупателю необходима обувь 41-го размера, равна 0,2. Найти вероятность того, что пять первых покупателей потребуют обувь 41-го размера.

1.3.21 В шестиламповом радиоприемнике (все лампы различные) перегорела одна лампа. С целью устранения неисправности наудачу выбранную лампу заменяют исправной из запасного комплекта, после чего сразу проверяют работу приемника. Какова вероятность того, что приемник будет нормально работать после замены: а) одной лампы; б) трех ламп?

1.3.22 В урне 20 шаров: 10 красных, 7 синих и 3 белых. Найти вероятность того, что извлеченный наугад шар цветной.

1.3.23 Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, равна для первого 0,9, для второго – 0,8 и для третьего 0,85. Найти вероятность того, что по крайней мере один из трех станков не потребует внимания рабочего в течение часа.

1.3.24 Один стрелок дает 80 % попаданий в цель, а другой – 70 %. Найти вероятность поражения цели, если оба стрелка стреляют в нее одновременно. Цель считается пораженной при попадании в нее хотя бы одной из двух пуль.

1.3.25 На некотором предприятии 96 % изделий признаются пригодными; из каждой сотни годных изделий в среднем 75 оказываются первого сорта. Найти вероятность того, что изделие, изготовленное на этом предприятии, окажется первого сорта.

1.3.26 Заводом послана автомашина за различными материалами на четыре базы. Вероятность наличия нужного материала на первой базе равна 0,9, на второй – 0,95, на третьей – 0,8 и на четвертой – 0,6. Найти вероятности того, что только на одной базе не окажется нужного материала.

1.3.27 Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным 2 или 5.

1.3.28 Вероятность попадания в цель из трех винтовок равна 0,8, 0,7 и 0,9 соответственно. Найти вероятность только одного попадания.

1.3.29 Рабочий обслуживает четыре станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует внимания рабочего, равна 0,3, второй – 0,4, третий – 0,7, четвертый – 0,4. Найти вероятность того, что в течение часа хотя бы один станок потребует внимания рабочего.

1.3.30 Деталь проходит три операции обработки. Вероятность того, что она окажется бракованной после первой операции, равна 0,02, после второй – 0,03, третьей – 0,02. Найти вероятность того, что деталь будет не бракованной после трех операций, предполагая, что появление брака на отдельных операциях – независимые события.

1.3.31 Три стрелка производят по одному выстрелу по цели, вероятности попадания в которую равны: для первого стрелка 0,6, для второго – 0,7, для третьего – 0,8. Найти вероятность одного попадания в цель.

1.3.32 В читальном зале имеется 6 учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найти вероятность того, что оба учебника будут в переплете.

1.3.33 Вероятности попадания в цель при стрельбе первого и второго орудий соответственно равны 0,7 и 0,8. Найти вероятность попадания при одном залпе (из обоих орудий) хотя бы одним из орудий.

1.4 Формула полной вероятности. Формула Байеса

1.4.1 Один из трех стрелков вызывается на линию огня и производит выстрел. Цель поражена. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,3, для второго – 0,5, для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что выстрел произведен вторым стрелком.

1.4.2 В группе из 20 стрелков имеются 4 отличных, 10 хороших и 6 посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна 0,9, для хорошего – 0,7, для посредственного – 0,5. На линию огня вызывается наугад два стрелка. Они производят по одному выстрелу. Найти вероятность того, что стрелки попадут в цель.

1.4.3 Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения нестандартной детали на первом автомате равна 0,075, а на втором – 0,09. Производительность второго автомата в два раза больше, чем первого. Найти вероятность того, что наугад взятая с конвейера деталь нестандартная.

1.4.4 Три стрелка производят по одному выстрелу по одной и той же мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,5, для третьего – 0,4. В результате произведенных выстрелов в мишень оказалось две пробоины. Найти вероятность того, что в мишень попали второй и третий стрелки.

1.4.5 С первого автомата на сборку поступает 40 %, со второго – 35 %, с третьего – 25 % деталей. Среди деталей первого автомата 0,2 % бракованных, второго – 0,3 и третьего – 0,5. Найти вероятность того, что: а) поступившая на сборку деталь оказалась бракованной; б) деталь изготовлена на втором автомате, если она бракованная.

1.4.6 Приборы одного наименования изготавливаются на трех заводах. Первый завод поставляет 45 % всех изделий, поступающих на производство, второй – 30 % и третий – 25 %. Надежность (вероятность безотказной работы) прибора, изготовленного на первом заводе, равна 0,8, на втором – 0,85 и на третьем – 0,9. Определить полную надежность прибора, поступившего на производство.

1.4.7 На наблюдательной станции установлены четыре радиолокатора различных конструкций. Вероятность обнаружения цели с помощью первого локатора равна 0,86, второго – 0,9, третьего – 0,92, четвертого – 0,95. Наблюдатель наугад включает один из локаторов. Какова вероятность обнаружения цели?

1.4.8 На распределительной базе находятся электрические лампочки, изготовленные на двух заводах. Среди них 60 % изготовлены на первом заводе и 40 % на втором. Известно, что из каждых ста лампочек, изготовленных на первом заводе, 90 стандартных, а из ста лампочек, изготовленных на втором заводе, соответствуют стандарту 80. Определить вероятность того, что взятая наугад лампочка будет соответствовать стандарту.

1.4.9 На сборку попадают детали с трех автоматов. Известно, что первый автомат дает 0,3 % брака, второй – 0,2 и третий – 0,4. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 1000, со второго – 2000 и с третьего – 2500 деталей.

1.4.10 На склад поступает продукция трех фабрик. Причем продукция первой фабрики составляет 20 %, второй – 46 и третьей – 34. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3 %, для второй – 2 % и для третьей – 1 %. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие произведено на первой фабрике, если оно оказалось нестандартным.

1.4.11 Имеется 5 винтовок, из которых 3 с оптическим прицелом. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из винтовки с оптическим прицелом составляет для данного стрелка 0,95, без оптического прицела – 0,8. Найти вероятность попадания в цель, если стрелок сделает один выстрел из наудачу взятой винтовки.

1.4.12 В первой коробке находится 20 радиоламп, из них 18 стандартных; во второй коробке 10 радиоламп, из них 9 стандартных. Из второй коробки наугад взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наугад взятая из первой коробки, будет стандартной.

1.4.13 В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных; во втором – 30 деталей, из них 24 стандартных; в третьем – 10 деталей, из них 6 стандартных. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика – стандартная.

1.4.14 Электролампы производятся на двух заводах, причем первый из них поставляет 70 %, а второй 30 % всей потребляемой продукции. Вероятность стандартной продукции для первого завода равна 0,83, а для второго – 0,63. Потребитель приобрел стандартную лампочку. Какова вероятность того, что она изготовлена на втором заводе?

1.4.15 Среди поступающих на сборку деталей с первого станка 0,1 % бракованных, со второго – 0,2, с третьего – 0,25, с четвертого – 0,5. Производительности их относятся как 4:3:2:1 соответственно. Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что она изготовлена на четвертом станке.

1.4.16 На двух станках обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для первого станка составляет 0,03, а для второго 0,02. Обработанные детали складываются в одном месте, причем первый станок обрабатывает вдвое больше деталей, чем второй. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь не будет бракованной.

1.4.17 В канцелярии работают 4 секретаря, которые отправляют 40; 10; 30 и 20 % исходящих бумаг. Вероятность неверной адресации бумаг секретарями равна 0,01; 0,04; 0,06 и 0,01 соответственно. Найти вероятность того, что документ, неверно адресованный, отправлен третьим секретарём.

1.4.18 Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом № 1, и 2 коробки деталей, изготовленных заводом № 2. Вероятность того, что деталь завода № 1 стандартная, равна 0,8, а заводом № 2 – 0,9. Сборщик наудачу извлекает деталь из наудачу взятой коробки. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь.

1.4.19 На первом заводе на каждые 100 лампочек производится в среднем 90 стандартных, на втором – 95, на третьем – 85, а продукция их составляет соответственно 50; 30 и 20 % всех электроламп, поставляемых в магазин данного района. Найти вероятность приобретения стандартной электролампочки.

1.4.20 С первого станка на сборку поступает 40 %, со второго – 30, с третьего – 20, с четвертого – 10 всех деталей. Среди деталей первого станка 0,1 % бракованных, второго — 0,2, третьего – 0,25 и четвертого – 0,5. На сборку поступила бракованная деталь. Найти вероятность того, что поступила деталь с третьего станка.

1.4.21 Рабочий обслуживает три станка, на которых обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для первого станка равна 0,02, для второго – 0,03, для третьего – 0,04. Обработанные детали складываются в один ящик. Производительность первого станка в три раза больше, чем второго, а третьего в два раза меньше, чем второго. Определить вероятность того, что взятая наудачу деталь будет бракованной.

1.4.22 На сборку поступило 3000 деталей с первого станка и 2000 – со второго. Первый станок дает 0,2 %, а второй – 0,3 % брака. Взята бракованная деталь. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь из нерассортированной продукции станков окажется с первого станка.

1.4.23 Электролампочки производятся на двух заводах, причем первый из них поставляет 70 %, а второй 30 % всей потребляемой продукции. Из каждых 100 лампочек первого завода в среднем 83 стандартных, а из 100 лампочек второго завода – лишь 63. Какова вероятность того, что куплена стандартная лампочка?

1.4.24 В лаборатории имеется 6 мини-ЭВМ «Искра» и 4 микрокалькулятора «Электроника». Вероятность того, что во время выполнения расчета «Искра» не выйдет из строя, равна 0,95, а для микрокалькулятора эта вероятность равна 0,8. Найти вероятность того, что взятое наугад вычислительное устройство не выйдет из строя до окончания расчета.

1.4.25 Качество изготовляемых деталей проверяется двумя контролерами. Вероятность попадания детали к первому контролеру равна 0,6, ко второму – 0,4. Вероятность считать деталь качественной для первого контролера равна 0,94, а для второго – 0,98. Готовая деталь признана качественной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

1.4.26 Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 45 % общего количества электроламп, второй – 40, третий – 15. Продукция первого завода содержит 70 % стандартных ламп, второго – 80, третьего – 81. В магазины поступает продукция всех трех заводов. Какова вероятность того, что купленная в магазине лампа окажется стандартной?

1.4.27 Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы 4 студента, из второй – 6, из третьей – 5. Вероятность того, что отобранный студент из первой, второй, третьей группы попадает в сборную института, равна соответственно 0,5, 0,4, 0,3.

Наудачу выбранный участник соревнований попал в сборную. К какой из этих трех групп он вероятнее всего принадлежит?

1.4.28 В двух ящиках имеются радиолампы. В первом ящике содержится 12 ламп, из них одна нестандартная; во втором 10 ламп, из них одна нестандартная. Из первого ящика наудачу взята лампа и переложена во второй. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная из второго ящика лампа будет нестандартной.

1.4.29 Вероятности того, что во время работы цифровой электронной машины произойдет сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах, относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя в арифметическом устройстве, в оперативной памяти и в остальных устройствах соответственно равны 0,8, 0,9 и 0,9. Найти вероятность того, что возникший в машине сбой будет обнаружен.

1.4.30 Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: 70 % из первого и 30 – из второго. При этом материал первого цеха имеет 10 % брака, а второго – 20. Найти вероятность того, что одна взятая наугад болванка без дефектов.

1.4.31 Для контроля продукции из трех партий деталей взята одна деталь. Как велика вероятность обнаружения бракованной продукции, если в одной партии 1/3 деталей бракованные, а в двух других все доброкачественные?

1.4.32 В стройотряде 70 % первокурсников и 30 % студентов второго курса. Среди первокурсников 10 % девушек, а среди студентов второго курса – 5 % девушек. Все девушки по очереди дежурят на кухне. Найти вероятность того, что в случайно выбранный день на кухне дежурит первокурсница.

1.4.33 В телевизионном ателье имеется 4 кинескопа. Вероятности того, что кинескоп выдержит гарантийный срок службы, соответственно равны 0,8, 0,85, 0,9 и 0,95. Найти вероятность того, что взятый наудачу кинескоп выдержит гарантийный срок службы.

1.5 Предельные теоремы теории вероятностей. Формулы Бернулли, Пуассона, Лапласа

1.5.1 Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях событие появится 76 раз.

1.5.2 В ОТК поступила партия изделий. Вероятность того, что наудачу взятое изделие стандартно – 0,9. Найти вероятность того, что из 100 проверенных изделий окажется стандартных не менее 84.

1.5.3 Вероятность появления некоторого события в каждом из 18 независимых опытов равна 0,2. Определить вероятность появления этого события по крайней мере 3 раза.

1.5.4 Найти вероятность того, что событие (переключение передач) наступит 80 раз на 300-километровой трассе, если вероятность переключения на каждом километре этой трассы равна 0,25.

1.5.5 При массовом производстве шестерен вероятность брака при штамповке равна 0,2. Какова вероятность того, что из 400 наугад взятых шестерен 90 будут бракованными?

1.5.6 Вероятность выхода из строя за некоторое время одного конденсатора равна 0,2. Определить вероятность того, что за некоторое время из 100 конденсаторов выйдут из строя не менее 20.

1.5.7 Вероятность изготовления размеров деталей в номинале равна 0,51. Найти вероятность того, что среди 100 деталей в номинале окажется 50.

1.5.8 Какова вероятность того, что хотя бы один из трех основных узлов (рама, передняя и задняя оси, подвеска) ходовой части автомобиля останется исправным после 1000-километрового пробега, если известно, что для каждого узла такая вероятность равна 0,2?

1.5.9 Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: а) менее двух раз; б) не менее двух раз.

1.5.10 Пусть всхожесть семян ржи составляет 90 %. Чему равна вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдет 5?

1.5.11 В мастерской имеется 12 моторов. При существующем режиме работы вероятность того, что мотор в данный момент работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент не менее 10 моторов работают с полной нагрузкой.

1.5.12 В ящике 10 револьверов одной системы и одинаковых по виду, из них 4 непристрелянных. Вероятность попадания в цель из непристрелянного револьвера равна 0,3, а из пристрелянного – 0,9. Из взятого наудачу револьвера произведено 200 выстрелов по цели. Чему равна вероятность того, что число попаданий в цель заключено между 120 и 150?

1.5.13 Было посажено 400 деревьев. Найти вероятность того, что число прижившихся деревьев больше 250, если вероятность, что отдельное дерево приживется, равна 0,8.

1.5.14 Найти вероятность того, что в партии из 800 изделий число изделий высшего сорта заключено между 600 и 700, если вероятность, что отдельное изделие будет высшего сорта, равна 0,62.

1.5.15 Найти вероятность того, что число мальчиков среди 1000 новорожденных больше 480, но меньше 540, если вероятность рождения мальчика принята равной 0,515.

1.5.16 Найти вероятность того, что событие А наступит ровно 80 раз в 400 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,2.

1.5.17 Вероятность того, что расход электроэнергии на протяжении одних суток не превысит установленной нормы, равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение четырёх суток не превысит нормы.

1.5 18 Монета была подброшена 40 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет в 25 случаях.

1.5.19 Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятность того, что при 10 выстрелах стрелок поразит мишень 8 раз.

1.5.20 Стрелок сделал 30 выстрелов с вероятностью попадания при одном выстреле 0,3. Найти вероятность того, что при этом будет 8 попаданий.

1.5.21 Найти вероятность того, что при 400 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2.

1.5.22 Произведено 8 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события равна 0,1. Найти вероятность того, что событие появится хотя бы два раза.

1.5.23 В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент включено 4 мотора.

1.5.24 Событие В появится в случае, если событие А появится не менее двух раз. Найти вероятность того, что наступит событие В, если будет произведено 6 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность события А равна 0,4.

1.5.25 Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 400 случайно отобранных деталей окажется непроверенных от 70 до 100 деталей.

1.5.26 Найти вероятность того, что событие А появится в 5 независимых испытаниях не менее двух раз, если в каждом испытании вероятность появления события А равна 0,3.

1.5.27 В магазин вошли 8 покупателей. Найти вероятность того, что 3 из них совершат покупку, если вероятность совершить покупку для каждого вошедшего одна и та же и равна 0,3.

1.5.28 Вероятность изготовления детали высшего сорта на данном станке равна 0,4. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых 26 деталей половина окажется высшего сорта.

1.5.29 Приняв вероятность рождения мальчика равной 0,515, найти вероятность того, что среди 10 новорожденных будет 4 девочки.

1.5.30 Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не более 70 раз.

1.5.31 В мастерской имеется 10 моторов. При существующем режиме работы вероятность того, что мотор в данный момент работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент не менее 8 моторов работают с полной нагрузкой.

1.5.32 Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не менее 70 и не более 80 раз.

1.5.33 Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0,004. Найти вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдет в 5 веретенах.

2 Индивидуальное задание № 2

2.1 Для случайной величины (СВ) X:

1) построить математическую модель распределения (таблично, графически, аналитически);

2) построить график функции распределения $F\left(x\right)$;

3) вычислить математическое ожидание $M\left(X\right)$, дисперсию $D\left(X\right)$, моду, медиану, коэффициент асимметрии, эксцесс;

4) найти $P\left(a \le X \le b\right)$, если она задана следующим образом:

2.1.1 X – сумма цифр, выпавших на двух жетонах при одном подбрасывании, на сторонах которого нанесены цифры – 1 и 2. $a = 3$, $b = 4$.

2.1.2 X – число попаданий в цель стрелком, если произведено 4 выстрела, причем вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,7. $a = 2$, $b = 4$.

2.1.3 X – число выпадений герба при подбрасывании монеты 5 раз. $a = 2$, $b = 5$.

2.1.4 X – число отказавших элементов данного устройства, которое состоит из 4 элементов, причем вероятность отказа каждого из них равна 0,2 и считается, что устройство работает безотказно, если отказало не более двух элементов. $a = 0$, $b = 2$.

2.1.5 X – число станков, безотказно работающих всю смену. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность безотказной работы у первого станка в течение смены равна 0,4, у второго – 0,96, а у третьего – 0,8. $a = 0$, $b = 2$.

2.1.6 X – число станков, отказавших в течение смены. Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность отказа каждого из станков в течение смены равна 0,1. $a = 1$, $b = 3$.

2.1.7 X – число бракованных изделий, содержащихся в выборке. Из партии, состоящей из 100 изделий, среди которых имеется 10 бракованных, выбрано случайным образом пять изделий для проверки их качества. $a = 2$, $b = 4$.

2.1.8 X – число дефектных колец в выборке. Для контроля стабильности процесса шлифования колец подшипников через каждый час отбирают 5 колец. Вероятность того, что после обработки овальность колец превысит допустимую, равна 0,25. $a = 0$, $b = 2$.

2.1.9 X – число пройденных автомашиной светофоров до первой остановки. На пути движения автомашины четыре светофора. Каждый из них либо разрешает, либо запрещает её дальнейшее движение с вероятностью 0,5. $a = 1$, $b = 3$.

2.1.10 X – число поврежденных изделий, содержащихся в выборке. Завод отправил на базу 5000 изделий. Вероятность повреждения в пути равна 0,0002. На проверку взяли 4 изделия. $a = 1$, $b = 3$.

2.1.11 X – число брошенных колец. Производится набрасывание колец до первого попадания либо полного израсходования всех колец, число которых равно 5. Вероятность наброса равна 0,9. $a = 1$, $b = 4$.

2.1.12 X – число проб, необходимых для достижения удовлетворительной сборки прибора. При сборке прибора для наиболее точной подгонки основной детали может потребоваться (в зависимости от удачи) 1, 2, 3, 4 или 5 проб соответственно с вероятностями 0,07, 0,21, 0,55, 0,16, 0,01. Сколько деталей нужно отпустить сборщику для сборки 30 приборов? $a = 1$, $b = 4$.

2.1.13 X – число отказавших факторов в одном испытании. Срок службы шестерен коробок передач зависит от следующих факторов: усталости материалов в основании зуба, контактных напряжений и жесткости конструкции. Вероятность отказа фактора в одном испытании равна 0,1. $a = 1$, $b = 2$.

2.1.14 X – число отказавших приборов за время испытаний. Испытывают 5 одинаковых приборов. Вероятность отказа прибора за время испытаний равна 0,9. $a = 0$, $b = 2$.

2.1.15 X – число появления события А в четырех опытах. Производится 4 независимых опыта, в каждом из которых событие А появляется с вероятностью 0,4. $a = 2$, $b = 4$.

2.1.16 X – число вынутых черных шаров. Из урны, содержащей три белых и пять черных шаров, наугад извлекают три шара. $a = 0$, $b = 2$.

2.1.17 X – число опытов по обнаружению бракованного изделия. В группе из 6 изделий имеется одно бракованное. Чтобы его обнаружить, выбирают наугад одно изделие за другим и каждое вынутое проверяют. $a = 1$, $b = 4$.

2.1.18 X – число станков, требующих внимания рабочего. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, равна для первого станка 0,7, для второго – 0,8, для третьего – 0,9. $a = 1$, $b = 3$.

2.1.19 X – число появлений цифры при пяти подбрасываниях монеты. $a = 1$, $b = 4$.

2.1.20 X – число попыток при открывании замка. Имеется 6 ключей, из которых только один подходит к замку. Испробованный ключ в следующих опробованиях не участвует. $a = 3$, $b = 6$.

2.1.21 X – число проб по извлечению нестандартной детали. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,1. Из партии контролер берет и проверяет ее качество. Если она оказывается нестандартной, дальнейшие испытания прекращаются, а партия задерживается. Если деталь окажется стандартной, то контролер берет следующую и т. д. Но всего он проверяет не более 5 деталей. $a = 3$, $b = 5$.

2.1.22 X – число попаданий в мишень. Батарея состоит из трех орудий. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого, второго и третьего орудия батареи равна соответственно 0,5; 0,6; 0,8. Каждое из орудий стреляет один раз. $a = 1$, $b = 3$.

2.1.23 X – число нестандартных деталей среди 4 отобранных. В партии 10 % нестандартных деталей. Наудачу отобраны 4 детали. $a = 0$, $b = 3$.

2.1.24 X – число отказавших элементов в одном опыте. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. $a = 1$, $b = 3$.

2.1.25 X – число выпадений четного числа очков на двух игральных костях. Две игральные кости одновременно бросают два раза. $a = 1$, $b = 2$.

2.1.26 X – число стандартных деталей среди отобранных. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. $a = 1$, $b = 2$.

2.1.27 X – число стандартных деталей среди отобранных. В партии из 6 деталей имеется 4 стандартных. Наудачу отобраны три детали. $a = 1$, $b = 3$.

2.1.28 X – число поврежденных изделий среди отправленных. Завод отправил на базу 500 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,002, не более трех изделий могут быть повреждены. $a = 0$, $b = 2$.

2.1.29 X – число отказавших элементов в течение времени Т. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени Т равна 0,002, не более 3 элементов могут отказать. $a = 1$, $b = 2$.

2.1.30 X – число бракованных деталей среди отштампованных. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0,01, не более четырех деталей могут оказаться бракованными. $a = 2$, $b = 4$.

2.1.31 X – число проверенных ламп. В шестиламповом радиоприемнике перегорела одна лампа. Для устранения неисправности выбранную наугад лампу заменяют исправной из запасного комплекта, после чего сразу проверяют работу приемника. $a = 1$, $b = 5$.

2.1.32 X – число отказавших элементов. Техническое устройство состоит из 5 независимо работающих элементов. Вероятность отказа первого элемента равна 0,1, второго и третьего – 0,2, четвертого и пятого – 0,3. $a = 2$, $b = 4$.

2.1.33 X – число станков, потребующих внимания рабочего в течение часа. Рабочий обслуживает 6 однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания рабочего в течение часа, равна 0,1. $a = 1$, $b = 5$.

2.2 По известной модели распределения для СВ X:

1) найти значение константы c;

2) найти функцию распределения $F(x)$ и плотность $f(x)$;

3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$;

4) вычислить математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, моду, медиану, коэффициент асимметрии, эксцесс;

5) найти $P(a \le X \le b)$, если она задана следующим образом:

2.2.1 $f(x) = \begin{cases} c, \text{ если } x \in [1,7], \\ 0, \text{ если } x \notin [1,7]. \end{cases}$ $a = 2$, $b = 5$.

2.2.2 $f(x) = \begin{cases} cx^2, \text{ если } 0 \le x \le 10, \\ 0, \text{ если } x < 0,\ x > 10. \end{cases}$ $a = 1$, $b = 4$.

2.2.3 $f(x) = \begin{cases} c\cos x, \text{ если } 0 \le x < \dfrac{\pi}{2}, \\ 0, \text{ если } x < 0,\ x \ge \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$ $a = 0$, $b = \dfrac{\pi}{4}$.

2.2.4 $f(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } x < 0, \\ ce^{-ax}, \text{ если } x \ge 0. \end{cases}$ Найти допустимые значения c. $a = 1$, $b = 2$.

2.2.5 $f(x) = \dfrac{c}{1 + x^2}$ $a = 1$, $b = 1{,}5$.

2.2.6 $F(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{c}{x^2}, \text{ если } x \ge 1, \\ 0, \text{ если } x < 1. \end{cases}$ $a = 1$, $b = 3$.

2.2.7 $f\left(x\right)=\begin{cases}0, \text{ если } x<0,\\ \dfrac{3}{2}x^2, \text{ если } 0\le x\le 1,\\ c\left(2-x\right)^2, \text{ если } 1<x<2,\\ 0, \text{ если } x\ge 2.\end{cases}$ $a=1,\ b=2$.

2.2.8 $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}c, \text{ если } \left|x-2\right|\le 2,\\ 0, \text{ если } \left|x-2\right|>2.\end{cases}$ $a=0,\ b=2$.

2.2.9 $f\left(x\right)=\begin{cases}0, \text{ если } x<3,\\ \dfrac{x-3}{c}, \text{ если } 3\le x\le 5,\\ 0, \text{ если } x>5.\end{cases}$ $a=4,\ b=4{,}5$.

2.2.10 $F\left(x\right)=\begin{cases}0, \text{ если } x\le 0,\\ cx^2, \text{ если } 0<x<10,\\ 1, \text{ если } x\ge 10.\end{cases}$ $a=2,\ b=8$.

2.2.11 $f\left(x\right)=\begin{cases}c-x, \text{ если } -0{,}5\le x\le 0{,}5,\\ 0, \text{ если } x<-0{,}5; x>0{,}5.\end{cases}$ $a=0,\ b=1$.

2.2.12 $F\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{c}{\pi}\operatorname{arctg}x, \text{ если } x\ge 0,\\ 0, \text{ если } x<0.\end{cases}$ $a=1,\ b=\sqrt{3}$.

2.2.13 $f\left(x\right)=\begin{cases}4c, \text{ если } \left|x-2\right|\le 3,\\ 0, \text{ если } \left|x-2\right|>3.\end{cases}$ $a=1,\ b=3$.

2.2.14 $F\left(x\right)=\begin{cases}0, \text{ если } x<0,\\ cx^2, \text{ если } 0\le x<2,\\ x-\dfrac{7}{4}, \text{ если } 2\le x<\dfrac{11}{4},\\ 1, \text{ если } x\ge\dfrac{11}{4}.\end{cases}$ $a=0,\ b=3$.

$$2.2.15\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x<-1,\\ c(x+1),\ \text{если -1}\le x\le 1,\ a=-0{,}5,\ b=1.\\ 1,\ \text{если}\ x>1.\end{cases}$$

$$2.2.16\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ cx^2,\ \text{если}\ 0<x\le 6,\ a=2,\ b=4.\\ 1,\ \text{если}\ x>6.\end{cases}$$

$$2.2.17\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ cx^3,\ \text{если}\ 0<x\le 1,\ a=0,\ b=0{,}5.\\ 1,\ \text{если}\ x>1.\end{cases}$$

$$2.2.18\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 1,\\ c(x^2-x),\ \text{если}\ 1<x\le 2,\ a=1,\ b=1{,}5.\\ 1,\ \text{если}\ x>2.\end{cases}$$

$$2.2.19\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ cx^3,\ \text{если}\ 0<x\le 1,\ a=0{,}5,\ b=1.\\ 1,\ \text{если}\ x>1.\end{cases}$$

$$2.2.20\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ c(x^2+x),\ \text{если}\ 0<x<\dfrac{1}{3},\ a=0,\ b=\dfrac{1}{6}.\\ 1,\ \text{если}\ x\ge\dfrac{1}{3}.\end{cases}$$

$$2.2.21\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 2,\\ c(x-2),\ \text{если}\ 2<x\le 4,\ a=3,\ b=4.\\ 1,\ \text{если}\ x>4.\end{cases}$$

$$2.2.22\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ cx^2,\ \text{если}\ 0<x\le 3,\ a=0,\ b=2.\\ 1,\ \text{если}\ x>3.\end{cases}$$

$$2.2.23\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ cx^4,\ \text{если}\ 0<x<2,\ a=0,\ b=1.\\ 1,\ \text{если}\ x\ge 2.\end{cases}$$

$$2.2.24\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le -\frac{\pi}{2},\\ c\cos x,\ \text{если}\ -\frac{\pi}{2}<x\le 0,\ a=-\frac{\pi}{4},\ b=0.\\ 1,\ \text{если}\ x>0.\end{cases}$$

$$2.2.25\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ c\sin x,\ \text{если}\ 0<x\le \frac{\pi}{6},\ a=0,\ b=\frac{\pi}{12}.\\ 1,\ \text{если}\ x>\frac{\pi}{6}.\end{cases}$$

$$2.2.26\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le \frac{3\pi}{4},\\ c\cos 2x,\ \text{если}\ \frac{3\pi}{4}<x\le \pi,\ a=\frac{7\pi}{8},\ b=\pi.\\ 1,\ \text{если}\ x>\pi.\end{cases}$$

$$2.2.27\ F(x)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ cx^2,\ \text{если}\ 0<x\le 4,\ a=2,\ b=4.\\ 1,\ \text{если}\ x>4.\end{cases}$$

2.2.28 $F\left(x\right)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le\dfrac{\pi}{6},\\ c\cos 3x,\ \text{если}\ \dfrac{\pi}{6}<x\le\dfrac{\pi}{3},\\ 1,\ \text{если}\ x>\dfrac{\pi}{3}.\end{cases}$ $a=1,\ b=2.$

2.2.29 $F\left(x\right)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ c\left(x^3+x\right),\ \text{если}\ 0<x\le\dfrac{1}{3},\\ 1,\ \text{если}\ x>\dfrac{1}{3}.\end{cases}$ $a=\dfrac{1}{8},\ b=\dfrac{1}{6}.$

2.2.30 $F\left(x\right)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ c\sin 2x,\ \text{если}\ 0<x\le\dfrac{\pi}{6},\\ 1,\ \text{если}\ x>\dfrac{\pi}{6}.\end{cases}$ $a=\dfrac{\pi}{24},\ b=\dfrac{\pi}{12}.$

2.2.31 $F\left(x\right)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x\le 0,\\ cx^2,\ \text{если}\ 0<x\le 3,\\ 1,\ \text{если}\ x>3.\end{cases}$ $a=0,\ b=2.$

2.2.32 $f\left(x\right)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x<0,\\ ce^{-2x},\ \text{если}\ x\ge 0.\end{cases}$ $a=1,\ b=2.$

2.2.33 $F\left(x\right)=\begin{cases}0,\ \text{если}\ x<1,\\ 1-\dfrac{c}{x^4},\ \text{если}\ x\ge 1.\end{cases}$ $a=3,\ b=6.$

3 Индивидуальное задание № 3

3.1 Задана таблица распределения системы двух случайных величин X, Y. Найти:

1) одномерные законы распределения составляющих X и Y, их математические ожидания, среднеквадратичные отклонения и коэффициент корреляции;

2) вероятность $P\left(X < x_0, Y < y_0\right)$;

3) условный закон распределения составляющей X при условии, что составляющая Y приняла значение y_i.

3.1.1

$Y \backslash X$	1	2	3	5	8
0	0,15	0,15	0,01	0,02	0,01
1	0,002	0,008	0,07	0,06	0
3	0,03	0,08	0,12	0,13	0,16

$x_0 = 5$, $y_0 = 1$, $y_i = 1$.

3.1.2

$X \backslash Y$	6	8	9	10	11
1	0,03	0,07	0,01	0,01	0,09
3	0,01	0,00	0,10	0,04	0,05
7	0,08	0,02	0,03	0,01	0,04
8	0,07	0,08	0,18	0,02	0,06

$x_0 = 10$, $y_0 = 8$, $y_i = 9$.

3.1.3

$X \backslash Y$	-1	0	2	8
5	0,04	0,05	0,04	0,01
10	0,02	0,08	0,01	0,03
12	0,02	0,07	0,06	0,02
13	0,14	0,30	0,07	0,04

$x_0 = 2$, $y_0 = 12$, $y_i = 2$.

3.1.4

$Y \backslash X$	4	7	12	14
1	0,08	0,07	0,09	0,01
4	0,012	0,05	0,04	0,07
7	0,13	0,15	0,09	0,10

$x_0 = 14$, $y_0 = 7$, $y_i = 4$.

3.1.5

$X \backslash Y$	-2	-1	2	5
4	0,07	0,06	0,10	0,02
5	0,11	0,04	0,05	0,08
9	0,11	0,14	0,10	0,12

$x_0 = 6$, $y_0 = 5$, $y_i = -1$.

3.1.6

$X \backslash Y$	-11	-8	0	4	7	9
4	0,15	0,15	0,01	0,05	0,01	0,15
9	0,15	0,01	0,15	0,01	0,01	0,15

$x_0 = 15$, $y_0 = 9$, $y_i = 0$.

3.1.7

$Y \backslash X$	5	10	11	15	25	28
4	0,44	0,06	0,05	0,05	0,04	0,05
9	0,05	0,05	0,03	0,02	0,05	0,11

$x_0 = 8$, $y_0 = 20$, $y_i = 9$.

3.1.8

$Y \backslash X$	-2	0	7	10
1	0,01	0,10	0,09	0,05
3	0,15	0,04	0,16	0,02
15	0,08	0,10	0,13	0,07

$x_0 = 8$, $y_0 = 15$, $y_i = 3$.

3.1.9

$Y \backslash X$	1	4	5	9	19
16	0,10	0,08	0,17	0,06	0,14
25	0,12	0,24	0,04	0,02	0,03

$x_0 = 10$, $y_0 = 30$, $y_i = 16$.

3.1.10

$Y \backslash X$	2	4	15	20
7	0,02	0,08	0,09	0,01
10	0,05	0,05	0,07	0,03
12	0,04	0,06	0,25	0,25

$x_0 = 4$, $y_0 = 13$, $y_i = 7$.

3.1.11

$Y \backslash X$	3	5	11	14
7	0,16	0,14	0,12	0,18
10	0,17	0,13	0,01	0,01
12	0,01	0,04	0,02	0,01

$x_0 = 15$, $y_0 = 11$, $y_i = 10$.

3.1.12

$Y \backslash X$	1	3	5	7
9	0,07	0,03	0,20	0,05
13	0,05	0,10	0,04	0,06
15	0,10	0,20	0,01	0,09

$x_0 = 4$, $y_0 = 15$, $y_i = 15$.

3.1.13

$X \backslash Y$	3	4	6	10
-1	0,10	0,10	0,09	0,01
2	0,20	0,10	0,04	0,06
5	0,16	0,04	0,05	0,05

$x_0 = 4$, $y_0 = 10$, $y_i = 3$.

3.1.14

Y / X	16	17	19	35
6	0,05	0,07	0,06	0,05
8	0,04	0,03	0,02	0,01
12	0,01	0,21	0,23	0,22

$x_0 = 12$, $y_0 = 19$, $y_i = 17$.

3.1.15

Y / X	12	23	25	30
8	0,03	0,05	0,04	0,03
10	0,02	0,01	0,10	0,12
12	0,13	0,18	0,01	0,28

$x_0 = 20$, $y_0 = 10$, $y_i = 25$.

3.1.16

X / Y	11	21	25	33
2	0,08	0,09	0,05	0,11
3	0,10	0,01	0,01	0,10
12	0,18	0,19	0,02	0,06

$x_0 = 21$, $y_0 = 4$, $y_i = 3$.

3.1.17

X / Y	24	48	50	51
6	0,13	0,03	0,09	0,05
7	0,18	0,04	0,04	0,02
15	0,19	0,08	0,11	0,04

$x_0 = 50$, $y_0 = 9$, $y_i = 6$.

3.1.18

X / Y	14	18	21	34	40
2	0,05	0,04	0,03	0,11	0,08
9	0,02	0,01	0,18	0,19	0,29

$x_0 = 20$, $y_0 = 9$, $y_i = 9$.

3.1.19

$Y \backslash X$	5	6	12	24
-6	0,51	0,02	0,12	0,03
-5	0,03	0,05	0,02	0,01
-2	0,09	0,08	0,01	0,03

$x_0 = 10$, $y_0 = -4$, $y_i = -2$.

3.1.20

$X \backslash Y$	7	13	18	24	30
2	0,10	0,12	0,08	0,11	0,09
8	0,13	0,07	0,14	0,03	0,13

$x_0 = 9$, $y_0 = 30$, $y_i = 24$.

3.1.21

$X \backslash Y$	6	15	22	40
1	0,05	0,08	0,07	0,06
15	0,04	0,03	0,02	0,01
18	0,09	0,10	0,12	0,33

$x_0 = 15$, $y_0 = 41$, $y_i = 6$.

3.1.22

$Y \backslash X$	6	14	19	28
5	0,07	0,11	0,15	0,06
8	0,18	0,20	0,02	0,01
10	0,03	0,04	0,05	0,08

$x_0 = 29$, $y_0 = 20$, $y_i = 8$.

3.1.23

$Y \backslash X$	6	25	30	38
2	0,08	0,11	0,12	0,03
5	0,01	0,02	0,30	0,01
12	0,02	0,03	0,04	0,23

$x_0 = 30$, $y_0 = 12$, $y_i = 5$.

3.1.24

Y \ X	10	12	18	32
3	0,06	0,05	0,11	0,04
12	0,22	0,03	0,15	0,02
15	0,01	0,07	0,13	0,11

$x_0 = 14$, $y_0 = 18$, $y_i = 10$.

3.1.25

Y \ X	13	16	24	40
6	0,15	0,11	0,25	0,02
17	0,03	0,04	0,10	0,01
20	0,02	0,01	0,03	0,23

$x_0 = 16$, $y_0 = 25$, $y_i = 40$.

3.1.26

X \ Y	2	7	18	33
2	0,07	0,11	0,48	0,10
7	0,02	0,03	0,04	0,05
9	0,02	0,01	0,03	0,04

$x_0 = 9$, $y_0 = 8$, $y_i = 2$.

3.1.27

X \ Y	2	15	28	30
6	0,03	0,03	0,02	0,01
7	0,15	0,18	0,23	0,31
15	0,01	0,01	0,01	0,01

$x_0 = 28$, $y_0 = 16$, $y_i = 7$.

3.1.28

Y \ X	3	12	15	20	25
7	0,10	0,08	0,07	0,06	0,11
15	0,05	0,04	0,12	0,03	0,34

$x_0 = 16$, $y_0 = 20$, $y_i = 15$.

3.1.29

X \ Y	5	6	18	21
8	0,05	0,08	0,07	0,11
10	0,12	0,18	0,20	0,03
14	0,07	0,01	0,04	0,04

$x_0 = 12$, $y_0 = 6$, $y_i = 6$.

3.1.30

Y \ X	6	24	48	50	55
13	0,08	0,07	0,06	0,12	0,13
28	0,14	0,02	0,18	0,10	0,10

$x_0 = 13$, $y_0 = 50$, $y_i = 28$.

3.1.31

Y \ X	3	7	11	20	25
3	0,08	0,02	0,07	0,03	0,06
15	0,04	0,50	0,01	0,09	0,10

$x_0 = 8$, $y_0 = 15$, $y_i = 15$.

3.1.32

X \ Y	-4	-2	0	15	33
7	0,49	0,11	0,08	0,02	0,03
12	0,09	0,01	0,04	0,07	0,06

$x_0 = 14$, $y_0 = 16$, $y_i = 15$.

3.1.33

X \ Y	2	4	8	13
5	0,06	0,05	0,09	0,11
8	0,07	0,02	0,03	0,12
11	0,09	0,11	0,13	0,12

$x_0 = 8$, $y_0 = 9$, $y_i = 8$.

4 Индивидуальное задание № 4

4.1 Двумерные непрерывные случайные величины

4.1.1 Плотность вероятности случайных величин X и Y (координат амплитуд колебаний кузова автомобиля при движении)

$$f(x,y)=\begin{cases}0,5\sin(x+y),\ \text{при}\ 0\le x\le\dfrac{\pi}{2},\ 0\le y\le\dfrac{\pi}{2},\\ 0,\ \text{при}\ x<0,\ y<0,\ x>\dfrac{\pi}{2},\ y>\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$

Найти: а) математические ожидания составляющих системы; б) дисперсии $D\left(X\right)$, $D\left(Y\right)$; в) корреляционный момент.

4.1.2 Определить математические ожидания системы $\left(X,Y\right)$ и её составляющих, а также корреляционную матрицу, если плотность вероятности $f(x,y)=\dfrac{2}{\pi(x^2+y^2+1)^2}$.

4.1.3 Определить плотность вероятности, математические ожидания и корреляционную матрицу системы случайных величин $\left(X,Y\right)$, если функция распределения системы

$$F(x,y)=\begin{cases}\sin x\cdot\sin y,\ \text{при}\ 0\le \text{x}\le\dfrac{\pi}{2},\ 0\le \text{y}\le\dfrac{\pi}{2},\\ 0,\ \text{при}\ \text{x}<0,\ \text{x}>\dfrac{\pi}{2},\ \text{y}<0,\ \text{y}>\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$

4.1.4 Система случайных величин равномерно распределена внутри круга радиусом r:

$$f(x,y)=\begin{cases}1\,/\,\pi r^2,\ \text{при}\ \ x^2+\text{y}^2\le r^2,\\ 0,\ \text{при}\ \ x^2+\text{y}^2>r^2.\end{cases}$$

Найти плотности распределения случайных величин X и Y и их условные плотности распределения, а также установить их зависимость.

4.1.5 Система двух случайных величин задана плотностью распределения $f(x,y)=\dfrac{3\sqrt{3}}{\pi}e^{-4x^2-6xy-9y^2}$. Найти условные плотности распределения $f_1(x\mid y)$, $f_2(y\mid x)$.

4.1.6 Система случайных величин (X,Y) подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x,y)=\begin{cases} a(x+y), \text{ при } 0\le x\le 3,\ 0\le y\le 3,\\ 0, \text{ при } x>3,\ y>3,\ x<0,\ y<0. \end{cases}$$

Найти: 1) коэффициент a; 2) вероятность попадания случайной точки в квадрат, ограниченный прямыми $x=1$, $x=2$, $y=1$, $y=2$; 3) математические ожидания $M(X)$ и $M(Y)$; 4) средние квадратические отклонения $\sigma(X)$ и $\sigma(Y)$.

4.1.7 Система случайных величин (X,Y) подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x,y)=\begin{cases} a\cdot\sin\,(x+y), \text{ при } 0\le \mathrm{x}\le \dfrac{\pi}{2},\ 0\le \mathrm{y}\le \dfrac{\pi}{2},\\ 0, \text{ при } \mathrm{x}<0,\ \mathrm{x}>\dfrac{\pi}{2},\ \mathrm{y}<0,\ \mathrm{y}>\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти: 1) коэффициент a; 2) математические ожидания $M(X)$ и $M(Y)$; 3) средние квадратические отклонения $\sigma(X)$ и $\sigma(Y)$; 4) коэффициент корреляции r_{xy}.

4.1.8 Система случайных величин (X,Y) подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x,y)=\begin{cases} axy, \text{ в области D},\\ 0, \text{ вне этой области}. \end{cases}$$

Область D – треугольник, ограниченный прямыми $x+y-1=0$, $x=0$, $y=0$. Найти: 1) коэффициент a; 2) математические ожидания $M(X)$ и $M(Y)$; 3) дисперсии $D(X)$ и $D(Y)$; 4) коэффициент корреляции r_{xy}.

4.1.9 Система случайных величин подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x,y)=\begin{cases} a^2-x^2-\mathrm{y}^2, \text{ если } x^2+\mathrm{y}^2\le a,\quad (a>0),\\ 0, \text{ если } x^2+\mathrm{y}^2>a^2. \end{cases}$$

Найти: 1) коэффициент a; 2) математические ожидания $M\left(X\right)$ и $M\left(Y\right)$; 3) дисперсии $D\left(X\right)$ и $D\left(Y\right)$; 4) коэффициент корреляции r_{xy}.

4.1.10 Плотность вероятности системы случайных величин $\left(X,Y\right)$

$$f(x,y)=\begin{cases}a(x+\text{y}), \text{ при } 0\le y\le x\le 1,\\ 0, \text{ в остальных случаях.}\end{cases}$$

Требуется: а) определить коэффициент a; б) установить, зависимы или нет случайные величины X и Y; в) найти математические ожидания $M\left(X\right)$ и $M\left(Y\right)$; г) вычислить $P\left(X+Y<1\right)$.

4.1.11 Система случайных величин $\left(X,Y\right)$ равномерно распределена в треугольнике, ограниченном прямыми $x=0$, $y=0$, $x+y=a$, ($a>0$). Определить математические ожидания и дисперсии величин X и Y, а также корреляционный момент и коэффициент корреляции этих величин.

4.1.12 Система двух случайных величин $\left(X,Y\right)$ равномерно распределена в треугольнике, ограниченном прямыми $y=x$, $y=0$, $x=2$. Найти: а) плотность вероятности системы случайных величин $\left(X,Y\right)$; б) математические ожидания $M\left(X\right)$ и $M\left(Y\right)$; в) средние квадратические отклонения $\sigma\left(X\right)$ и $\sigma\left(Y\right)$; г) коэффициент корреляции случайных величин X и Y.

4.1.13 Независимые случайные величины X и Y подчиняются законам равномерной плотности распределения соответственно в интервалах $\left(-1{,}1\right)$ и $\left(0{,}2\right)$. Найти: а) плотность вероятности и функцию распределения системы $\left(X,Y\right)$; б) математические ожидания $M\left(X\right)$ и $M\left(Y\right)$.

4.1.14 Система случайных величин $\left(X,Y\right)$ задана плотностью вероятности

$$f(x,y)=\begin{cases}\cos x\cdot\cos y, \text{ при } 0\le \text{x}\le\dfrac{\pi}{2},\ 0\le \text{y}\le\dfrac{\pi}{2},\\ 0, \text{ при любых других значениях } x \text{ и } y.\end{cases}$$

Найти: а) функцию распределения системы $\left(X,Y\right)$; б) коэффициент корреляции r_{xy}.

4.1.15 Система случайных величин $\left(X,Y\right)$ имеет плотность вероятности $f(x,y)=\dfrac{a}{1+x^2+y^2+x^2y^2}$. Найти: 1) коэффициент a; 2) вероятность попадания в прямоугольник $0 < x < 1$, $-1 < y < 1$; 3) функцию распределения системы; 4) законы распределения составляющих.

4.1.16 Система случайных величин (X, Y) равномерно распределена в прямоугольнике, ограниченном прямыми $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = b$. Определить: а) плотность вероятности и функцию распределения системы (X, Y); б) законы распределения составляющих; в) вероятность попадания случайной точки в круг радиусом R с центром в начале координат $(a > b \geq R)$.

4.1.17 Система случайных величин (X, Y) равномерно распределена в треугольнике, ограниченном прямыми $x = a$, $y = a$, $x + y = a$, где $a > 0$. Определить: а) функцию распределения и плотность вероятности системы (X, Y); б) законы распределения одномерных случайных величин X, Y; в) условные законы распределения одномерных случайных величин X, Y.

4.1.18 Система двух случайных величин (X, Y) подчинена закону равномерной плотности распределения внутри квадрата со стороной a, диагонали которого совпадают с осями координат. Написать выражение для плотностей распределения системы и отдельных величин, входящих в систему. Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

4.1.19 Плотность вероятности системы двух случайных величин (X, Y) задана выражением

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, \text{ при } 0 < \text{x} < 1,\ 0 < \text{y} < 1, \\ 0, \text{ при любых других значениях } x \text{ и } y. \end{cases}$$

Найти коэффициент корреляции величин X и Y, функцию распределения системы (X, Y).

4.1.20 Система случайных величин (X, Y) равномерно распределена в треугольнике, ограниченном прямыми $x = 0$, $y = 0$, $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$, $(a > 0$, $b > 0)$. Определить средние значения и дисперсии величин X и Y, а также корреляционный момент и коэффициент корреляции этих величин.

4.1.21 Система двух случайных величин (X, Y) равномерно распределена в треугольнике, ограниченном прямыми $y = -\dfrac{b}{a}x$, $y = 0$, $x = -a$ $(a > 0,\ b > 0)$. Определить среднее значение и дисперсии величин X и Y, а также корреляционный момент и коэффициент корреляции этих величин.

4.1.22 Система двух случайных величин (X,Y) подчинена закону распределения с плотностью вероятности $f(x,y)=\dfrac{a}{1+(x^2+y^2)^2}$. Найти: а) коэффициент a; б) радиус круга с центром в начале координат, вероятность попадания в который равна 0,5.

4.1.23 Плотность распределения системы случайных величин (X,Y) имеет вид:

$$f(x,y)=\begin{cases} c(xy+y^2), \text{ при } 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 2, \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

Вычислить: а) значение постоянной c; б) вероятность $P\big(X+Y<2\big)$; в) центр рассеивания.

4.1.24 Координаты X, Y случайной точки на плоскости имеют равномерное распределение внутри прямоугольника, ограниченного прямыми $x=-1$, $x=2$, $y=1$, $y=2$. Требуется: а) записать выражение плотности вероятности совместного распределения координат случайной точки (X,Y); б) вычислить центр рассеивания; в) установить, зависимы ли координаты случайной точки.

4.1.25 Функция распределения системы случайных величин (X,Y) имеет вид:

$$F(x,y)=\begin{cases} \left(1-e^{-4x}\right)\left(1-e^{-2y}\right), \text{ при } x\ge 0,\ y\ge 0, \\ 0, \text{ при } x<0,\ y<0. \end{cases}$$

Найти: а) плотность распределения вероятности $f(x,y)$; б) вероятность попадания случайной точки (X,Y) в треугольник с вершинами $A(1{,}3)$, $B(3{,}3)$ и $C(2{,}1)$; в) плотность распределения вероятностей составляющих.

4.1.26 Система случайных величин (X,Y) равномерно распределена в треугольнике, ограниченном прямыми $y=x$, $y=0$, $x=0$. Найти: а) плотность вероятности системы; б) функцию распределения системы; в) коэффициент корреляции.

4.1.27 Система случайных величин (X,Y) имеет плотность вероятности $f(x,y)=\dfrac{c}{x^2\left(16+x^2\right)\left(25+y^2\right)}$. Найти: а) значение постоянной a; б) функцию распределения $F(x,y)$; в) плотность распределения составляющих X и Y.

4.1.28 Функция распределения системы двух случайных величин $\left(X,Y\right)$ имеет вид:

$$F(x,y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-x-y} \text{ при } x > 0,\ y > 0, \\ 0 \text{ при } x \le 0,\ y \le 0. \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей $f\left(x,y\right)$, коэффициент корреляции.

4.1.29 Плотность распределения вероятностей системы случайных величин $\left(X,Y\right)$ задана в виде

$$f(x,y) = \begin{cases} c(R - \sqrt{x^2 + y^2}), \text{ при } x^2 + y^2 \le R^2, \\ 0, \text{ при } x^2 + y^2 > R^2. \end{cases}$$

Найти: а) значение постоянной c; б) вероятность попадания случайной точки $\left(X,Y\right)$ в круг $x^2 + y^2 \le a^2$ $(a < R)$; в) плотность распределения вероятностей составляющих X и Y; г) математические ожидания составляющих.

4.1.30 Функция распределения системы случайных величин $\left(X,Y\right)$ имеет вид:

$$F(x,y) = \begin{cases} 1 - 2^{-x} - 2^{-y} + 2^{-x-y}, \text{ при } x \ge 0,\ y \ge 0, \\ 0, \text{ при } x < 0,\ y < 0. \end{cases}$$

Найти: а) плотность распределения вероятностей $f\left(x,y\right)$; б) плотность распределения составляющих; в) математические ожидания составляющих; г) коэффициент корреляции.

4.1.31 Система двух случайных величин $\left(X,Y\right)$ равномерно распределена в треугольнике, ограниченном прямыми $y = -\dfrac{1}{3} - x$, $y = 0$, $x = -3$. Определить средние значения и дисперсии величин X и Y, а также корреляционный момент этих величин.

4.1.32 Система случайных величин $\left(X,Y\right)$ подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x,y)=\begin{cases}axy, \text{ в области D},\\ 0, \text{ вне этой области.}\end{cases}$$

Область D — треугольник, ограниченный прямыми $x+y-1=0$, $x=0$, $y=0$. Найти: а) коэффициент a; б) математические ожидания составляющих X и Y; в) коэффициент корреляции.

4.1.33 Система случайных величин $\left(X,Y\right)$ подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x,y)=\begin{cases}a^2-x^2-\text{y}^2, \text{ если } x^2+\text{y}^2\le a, \quad (a>0),\\ 0, \text{ если } x^2+\text{y}^2>a^2.\end{cases}$$

Найти: а) коэффициент a; б) математические ожидания составляющих; в) коэффициент корреляции.

Список литературы

1 **Гмурман, В. Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие/ В. Е. Гмурман. – М.: Высш. образование, 2006. – 476 с.

2 **Гмурман, В. Е.** Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов/ В. Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.

3 **Письменный, Д. Т.** Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике/ Д. Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2004. – 256 с.